

4. Feladatsor

Sorozatok

1. Feladat: A konvergencia definíciója alapján bizonyítsuk be, hogy az $a_n = \frac{2n-1}{2n+1}$ sorozat 1-hez konvergál, azaz minden pozitív ϵ -hoz adjunk meg egy n_0 küszöbszámot. Hányadik elemtől (n_1) kezdve esnek a sorozat elemei az $a = 1$ $r = 10^{-2}$ sugarú teljes környezetébe?
2. Feladat: Vizsgáljuk meg az alábbi valós számsorozatokat monotonitás, korlátosság és konvergencia szempontjából. Adjuk meg - ha léteznek - a sorozatok határértékét, infimumát és szuprimumát.

$$a_n = \frac{2n-1}{3n+1} \qquad b_n = \frac{n^2+1}{n(n+1)}$$

3. Feladat: Döntsük el, hogy az alábbi valós számsorozatok konvergenssek vagy divergenssek. Ha konvergenssek, akkor határozzuk meg a határértéküket; ha divergenssek, akkor nézzük meg, divergálnak-e végtelenhez, illetve mínusz végtelenhez.

$$a_n = \left(\frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}} \right)^n$$

$$a_n = \frac{2^{n+1}}{3^n + 4^{n-1}}$$

$$a_n = \frac{1000n^3 + 20n^2}{0.001n^4 + 100n^2}$$

$$a_n = \left(\frac{n+1}{2n-1} \right)^5$$

$$a_n = \frac{\sqrt[3]{n^3+2n+1}}{n+1}$$

4. Feladat: Számítsuk ki a következő sorozatok határértékét!

$$a_n = \left(\frac{n-1}{3n} \right)^{2n+1}$$

$$b_n = \left(\frac{n^2-n+1}{n^2-n+4} \right)^{3n^2-6n+5} \cdot \frac{\sqrt{n^4-n^2+6} - \sqrt{2n^3+n-1}}{n^2+1}$$

További feladatok gyakorláshoz az alábbi feladatgyűjteményben találhatóak.