

13. Feladatsor

1. Feladat: Az X valószínűségi változó lehetséges értékei $-1, 0, 1$ és 2 . Az ezekhez tartozó valószínűségek rendre $\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{4}$ és $\frac{1}{4}$. Számítsuk ki X várható értékét és szórását.
2. Feladat: Az A, B állandók mely értékei esetén lesz az $F(x) = A + B \cdot \arctan x$ eloszlásfüggvény?
3. Feladat: Egy boltban a vásárlók által eltöltött időt percekben mérve a következő eloszlásfüggvény jellemzi:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0, \\ \frac{x}{60}, & \text{ha } 0 < x \leq 30, \\ \frac{1}{2}, & \text{ha } 30 < x \leq 60, \\ \frac{x}{120}, & \text{ha } 60 < x \leq 120, \\ 1, & \text{ha } 120 < x. \end{cases}$$

- a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy vásárló a boltban 30, ill. 45 percnél több időt tölt el?
 - b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy vásárló a boltban egy óránál több, de másfél óránál kevesebb időt tölt el?
4. Feladat: Legyen egy X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 2, \\ \frac{A}{(1-x)^2}, & \text{ha } x > 2. \end{cases}$$

ahol A egy megfelelő valós konstans.

- a) Számítsuk ki A értékét.
 - b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy X a $(2; 3)$ intervallumba esik?
5. Feladat: Legyen egy X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} A \cdot \cos \frac{x}{2}, & \text{ha } 0 < x < \pi, \\ 0, & \text{különben,} \end{cases}$$

ahol A egy megfelelő valós konstans.

- a) Számítsuk ki A értékét.
- b) Számítsuk ki X várható értékét és szórását.
- c) Írjuk fel X eloszlásfüggvényét.

6. Feladat: Legyen egy X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0, \\ 1 - \cos x, & \text{ha } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 1, & \text{ha } \frac{\pi}{2} < x, \end{cases}$$

Adjuk meg a $2X + 1$ valószínűségi változó eloszlás- és sűrűségfüggvényét.

7. Feladat: Legyen egy X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi(1+x^2)}, & \text{ha } x < 0, \\ 0, & \text{ha } x \geq 0, \end{cases}$$

Mutassuk meg, hogy X -nek nem létezik várható értéke.

8. Feladat: Legyen egy X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 1, \\ \frac{2}{x^3}, & \text{ha } x > 1, \end{cases}$$

Mutassuk meg, hogy X -nek nem létezik szórása.