

8. Feladatsor

Függvények III.

1. Feladat: Állapítsuk meg az alábbi függvények értelmezési tartományát! Vizsgáljuk meg folytonosságukat, és határozzuk meg aszimptotáik egyenletét!
a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ b) $\sqrt{x^4-1}$ c) $\frac{6(x^2-4)}{3x^2+8}$ d) $\frac{x^2-2x}{x-1}$
2. Feladat: Eleget tesznek-e az alábbi függvények a Rolle-tétel feltételeinek az adott intervallumon? Ha igen, adjunk meg egy c-t, ahol $f'(c) = 0$.
a) $f(x) = 1 - |x|$ $[-1; 1]$ b) $f(x) = \sin x$ $[0; \pi]$
3. Feladat: Ellenőrizzük a Lagrange-tétel feltételeit és konklúzióját az alábbi függvényekkel, a megadott intervallumokon!
a) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ $[-1; 8]$ b) $f(x) = 3x^2 - 5$ $[-2; 0]$
4. Feladat: A deriváltak segítségével állapítsuk meg, hogy az alábbi függvények értelmezési tartományuk mely részhalmazán (szigorúan) monoton növekvőek és melyeken (szigorúan) monoton csökkenőek!
a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ b) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$
5. Feladat: Magasabbrendű deriváltak segítségével vizsgáljuk meg, hogy az alábbi függvényeknek van-e szélsőértékük az $x_0 = 0$ pontban, és ha igen, milyen!
a) $\cos x - 2x^2$ b) $\sin x - x + \frac{x^3}{3!}$
6. Feladat: Határozzuk meg az alábbi $f(z)$ függvények szélsőértékhelyeit és abszolút szélsőértékhelyeit a megadott intervallumon.
a) $x^3 + 6x^2 - 15x + 3$ $[-6; 6]$ b) $x \cdot e^{-x}$ $[\frac{1}{2}; \infty)$
7. Feladat: Adott térfogatú egyenes hengerek közül melyiknek legkisebb a felszíne?
8. Feladat: Az f fókusztávolságú lencsétől t távolságra lévő tárgy k képtávolsága kielégíti az $\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$ összefüggést. Ha f adott, akkor mennyi a képtávolság és a tárgytávolság összegének infimuma és szuprimuma?

További feladatok gyakorláshoz az alábbi feladatgyűjteményben találhatóak.