1. (10 pont) A Cauchy–Riemann-egyenletek segítségével döntsük el, hogy mely pontokban differenciálható az alábbi függvény:

$$f(z) = |z|^2 + i \cdot (\mathrm{Re}\, z) \cdot (\mathrm{Im}\, z).$$

2. (10 pont) Határozzuk meg azt az $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ értelmezési tartományán reguláris komplex függvényt, amelynek a megadott $u(x, y)$ függvény a valós része, és $f(0) = i$, valamint adjuk meg az f függvény deriváltját is:

$$u(x, y) = x^2 - y^2 + x - y.$$

3. (10 pont) Számítsuk ki az $f(z) = \bar{z} + i\mathrm{Im}\, z$ függvény integrálját a $z = -1$ pontból az $z = 1 + i$ pontba vezető egyenes szakasz mentén!

4. (10 pont) Számítsuk ki az alábbi függvény integrálját a $|z| = 2$ pozitívan irányított görbe mentén!

$$f(z) = \frac{\cos z}{(z - 3i)^{2023}} + \frac{e^z}{(z - 1)^{2024}}.$$

5. (10 pont) Adjuk meg algebrai alakban az összes olyan z komplex számot, amelyre teljesül, hogy

$$\mathrm{ch}\, z = -i.$$

6. (10 pont) Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x^3 \cos y) \cdot y' = 2.$$