

6. Feladatsor

Függvények határértéke, folytonossága

1. Feladat: Számítsuk ki az alábbi függvényhatárértékeket (ha szükséges, akkor az x megfelelő hatványával vagy $x - x_0$ tényezővel való egyszerűsítés útján)!

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x^2 - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + x^2 - 1}{x^2 + x - 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^7 + 5x^6 + x^3}{x^7 + 2x^3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x + 1}}$

2. Feladat: Vizsgáljuk meg, hogy hol folytonosak az alábbi függvények. Ha a függvényeknek szakadási helyeik vannak, akkor állapítsuk meg azok típusát!

a) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$

d) $f(x) = x + \frac{x + 2}{|x + 2|}$

b) $f(x) = 3^{\frac{1}{x+1}}$

e) $f(x) = \frac{5x^2 - 3x}{2x}$

c) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$

f) $f(x) = \frac{1}{\sin 2x}$

3. Feladat: Határozzuk meg - ha lehetséges — az a és b paraméterek értékét úgy, hogy a következő függvények mindenütt folytonosak legyenek!

$$f_1(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0; \\ a, & \text{ha } x = 0, \end{cases}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} ax^2 + 1, & \text{ha } 0 < x; \\ -x, & \text{ha } x \leq 0, \end{cases}$$

$$f_3(x) = \begin{cases} (x - 1)^3, & \text{ha } x \leq 0; \\ ax + b, & \text{ha } 0 < x < 1; \\ \sqrt{x}, & \text{ha } 1 \leq x. \end{cases}$$

További feladatok gyakorláshoz az alábbi feladatgyűjteményben találhatóak.