

## 4. Feladatsor

### Sorozatok

1. Feladat: A konvergencia definíciója alapján bizonyítsuk be, hogy az  $a_n$  sorozat  $a$ -hoz konvergál, azaz minden pozitív  $\epsilon$ -hoz adjunk meg egy  $n_0$  küszöbszámot. Hányadik elemtől ( $n_1$ ) kezdve esnek a sorozat elemei az  $a$  szám  $r$  sugarú teljes környezetébe?

$$a_n = \frac{2n-1}{2n+1}, \quad a = 1, \quad r = 10^{-2}$$

2. Feladat: Bizonyítsuk be, hogy az alábbi sorozat a végtelenhez divergál. Milyen  $n_1$  indextől kezdve lesznek a sorozat elemei nagyobbak az adott  $k$  pozitív számnál?

$$a_n = \frac{n-1}{\sqrt{n}+1}, \quad k = 10$$

3. Feladat: Vizsgáljuk meg, hogy a következő sorozatoknak van-e határértékük vagy torlódási helyeik. Mely sorozatok divergálnak végtelenhez illetve mínusz végtelenhez?

$$a) \ a_n = \left( \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}} \right)^n$$

$$b) \ a_n = \frac{2^{n+1}}{3^n + 4^{n-1}}$$

További feladatok gyakorláshoz az alábbi feladatgyűjteményben találhatóak.