1.1. Feladat. A Cauchy–Riemann-egyenletek segítségével döntsük el, hol komplex differenciálhatóak az alábbi függvények.

a) $f(z) = z - \overline{z}$ *(5 pont)*

b) $g(z) = z \cdot e^z$ *(5 pont)*

1.2. Feladat. a) Döntsük el, hogy az alábbi függvények közül melyik harmonikus. *(4 pont)*

- $u_1(x, y) = x^2$
- $u_2(x, y) = e^{-y} \sin x$

b) Határozzuk meg azt az $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ reguláris függvényt, amelynek az $u(x, y)$ valós része az a) részben megadott függvények közt szereplő harmonikus függvény, és amelyre $f(2\pi) = 0$ teljesül. *(6 pont)*

1.3. Feladat. Számítsuk ki az $f(z) = 2iz - 3\overline{z}$ függvény integrálját a $z = 1$ pontból a $z = -1$ pontba vezető

a) egyenes $\mathcal{G}$ szakasz mentén; *(4 pont)*

b) pozitívan irányított $\mathcal{H}$ félkörív mentén. *(6 pont)*

1.4. Feladat. Számítsuk ki a következő komplex integrált

$$\oint_{\mathcal{G}} \frac{\cos z}{z^2 - 4z} + z^2 dz$$

a 0 körüli 2 sugarú pozitív irányítású $\mathcal{G}$ körív mentén. *(10 pont)*

1.5. Feladat. Oldjuk meg a következő egyenletet, illetve adjuk meg az alábbi kifejezés értékét algebrai alakban a logaritmus főértékével számolva.

a) $\sin z = \pi i$ *(6 pont)*

b) $\left(\frac{i-1}{\sqrt{2}}\right)^{1-i}$ *(4 pont)*