

4. Feladatsor

1. Feladat: Vizsgáljuk meg, hogy harmonikusak-e az alábbi függvények az értelmezési tartományukon!

$$u_1 = e^{x^2-y^2} \quad u_2 = x^2 + 2x - y^2 \quad u_3 = \ln(x^2 + y^2)$$

2. Feladat: Vizsgáljuk meg, hogy az alábbi kétváltozós valós függvények lehetnek-e valamely f komplex függvény valós vagy valamely g komplex függvény képzetes részei; ha igen, akkor határozzuk meg f , illetve g deriváltját!

$$u_1 = 3(x^2 - y^2) + 2y + 1 \quad u_2 = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

3. Feladat: Határozzuk meg azt az $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ($z = x + iy$) komplex függvényt, amely az értelmezési tartományán reguláris, a z_0 pontban a megadott $w_0 = f(z_0)$ értéket veszi fel, és amelynek az u valós vagy a v képzetes része a megadott kétváltozós valós függvény:

$$\begin{aligned} a) \quad u_1 &= x^3 - 3xy^2, \quad f_1(i + 1) = 2i \\ b) \quad v_2 &= xy, \quad f_2(i - 1) = -i \end{aligned}$$

4. Feladat: Számítsuk ki az alábbi f komplex függvények integrálját az adott irányított G görbe mentén!

- $f_1(z) = \operatorname{Re}(z)$, G a 0 kezdőpontú, $1 + i$ végpontú szakasz
- $f_2(z) = |z|\bar{z}$, G valós síkbeli, 0 kp-ú, 1 sugarú félkör pozitív forgásiránnyal,
- $f_3(z) = \frac{z+2}{z}$, G körív pozitív forgásiránnyal, amelyre $|z| = 2$, $\operatorname{Im}(z) \leq 0$
- $f_4(z) = e^z$, G valós tengely alatti, 0 kp-ú, 2 sugarú félkör pozitív forgásiránnyal.

További feladatok gyakorláshoz az alábbi feladatgyűjteményben találhatóak.