

2. Feladatsor

Vektorok

1. Feladat: Legyen az $\{a, b, c\}$ vektorrendszer lineárisan független. Döntsük el, hogy az $\{r, s, t\}$ vektorrendszer lineárisan független-e! Állításainkat igazoljuk!

$$a) \quad r = 3a + 2b + c \quad s = 5a - 3b - 2c \quad t = 0,$$

$$b) \quad r = 3a - b - c \quad s = 2a + b + 2c \quad t = a - 2b - 3c,$$

$$c) \quad r = a + b + c \quad s = -a + c \quad t = a - b + c,$$

2. Feladat: Az a, b, c és v vektorokat (az $\{i, j, k\}$ alapvektorrendszerre vonatkoztatott) koordinátáikkal adtuk meg. Fejezzük ki a v vektort az a, b és c vektorok lineáris kombinációjaként, ha lehetséges!

$$a = [1, 0, 0], \quad b = [0, 1, 0], \quad c = [1, 1, 0], \quad v = [2, 1, 3]$$

3. Feladat: Az a és b vektorok szöge $\frac{\pi}{3}$, abszolút értékük: $|a| = 3$ és $|b| = 4$. Számítsuk ki az alábbi skaláris szorzatok értékét!

$$a) \quad ab \quad b) \quad a^2 \quad c) \quad (a + b)^2 \quad d) \quad (3a - 2b)^2$$

4. Feladat: Végezzük el az alábbi vektori szorzásokat, majd hozzuk egyszerűbb alakra az így kapott kifejezéseket!

$$a) \quad (a + b) \times (a - b) \quad b) \quad (a + b - c) \times (a + b + c) \quad c) \quad (3a - b) \times (b + 3a)$$

5. Feladat: Az a, b, c vektorrendszer az α paraméter mely értékeinél lineárisan független, és mely értékeinél lineárisan függő?

$$a) \quad a = [\alpha, 1, 2], \quad b = [3, -1, 0], \quad c = [2, 1, 0]$$

$$b) \quad a = [3, \alpha, 0], \quad b = [0, 3, \alpha], \quad c = [1, 0, -1]$$

További feladatok gyakorláshoz az alábbi feladatgyűjteményben találhatóak.